

Übung zur Vorlesung “Einführung in die Computerlinguistik und Sprachtechnologie”

Wintersemester 2016/2017, Prof. Dr. Udo Hahn, Sven Büchel

Übungsblatt 7 vom 23.12.2016

Abgabe bis 05.01.2017, 23.59 Uhr; per Email (PDF-Format) an
sven-eric.buechel@uni-jena.de

Aufgabe 1 Mengen

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- ✓ $|\{a, b, \{c, d, e\}, f\}| = 4$
 - ✓ $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c\}$
 - ✓ $(a, b, x) \in \{a, b, c\} \times \{x, y, z\}$
 - ✓ $(a, 2) \in \{a, b, c\} \times \{0, 2, 4\}$
 - ✓ $|\{a, b, c, d\}| = 4$
 - ✓ $\{(b, 0), (b, 4)\} \subseteq \{a, b, c\} \times \{0, 2, 4\}$
 - ✓ $x \in \{a, d, m\} \cup \{r, t, x\}$
 - ✓ $\bigcup_{i=1}^3 \{a, b\}^i = \{aa, b, ab, ba, bb, aaa, aab, a, aba, baa, abb, bab, bba, bbb\}$
 - ✓ $\{d, e, f\} \subseteq \{d, e, f\}$
 - ✓ $x \in \{a, d, m\} \cap \{r, t, x\}$
-

Aufgabe 2 Relationen

Es sei die Menge $M = \{w, x, y, z\}$ gegeben.

a)

Geben Sie die Menge $M \times M$, also das kartesische Produkt von M mit M , an.

Lösung:

$$M \times M = \{(w, w), (w, x), (w, y), (w, z), \\ (x, w), (x, x), (x, y), (x, z), \\ (y, w), (y, x), (y, y), (y, z), \\ (z, w), (z, x), (z, y), (z, z)\}$$

b)

Betrachten sie folgende Relation:

$$R_1 = \{(w, z), (y, x), (x, z), (u, x), (z, w)\}$$

Ist R_1 eine Relation über M ? Wenn nicht, weshalb nicht? (Hinweis: Wie genau ist es definiert, eine Relation über einer bestimmten Menge zu sein?)

Lösung:

R_1 ist **keine** Relation über M .

Begründung: Eine (binäre) Relation ist eine Teilmenge des kartesischen Produkts ihrer Grundmenge mit sich selbst, in diesem Fall M . Formal müsste also gelten: $R_1 \subseteq M \times M$. Betrachten wir die obige Definition von R_1 . Sie enthält das Paar (u, x) . Da die Menge M aber kein Element u enthält, kommt u in keinem Paar des kartesischen Produkts von M mit M vor. R_1 ist also keine Relation über M sondern z.B. über eine Menge $M' = M \cup \{u\}$.

Aufgabe 3 Produkte von Relationen

Seien

- die Menge $M = \{Helmuth, Willhelmine, Frank, Annette, Kevin, Sandy\}$ sowie
- die Relation $R \subseteq M \times M$ mit $R = \{(Helmuth, Peter), (Helmuth, Annette), (Willhelmine, Frank), (Willhelmine, Annette), (Frank, Kevin), (Frank, Sandy), (Annette, Kevin), (Annette, Sandy)\}$.

a)

Geben Sie $RR = R^2$, das Produkt der Relation R mit sich selbst, an.

$$RR = \{(Helmuth, Kevin), (Helmuth, Sandy), (Willhelmine, Kevin), (Willhelmine, Sandy)\}$$

b)

Welche Art von Beziehung zwischen realweltlichen Objekten könnte sinnvollerweise durch die Relation R repräsentiert werden. Begründen Sie Ihre Antwort knapp.

Hat-Kind-Relation. Anderen Antworten sind je nach Begründung auch zulässig.

c)

Geben Sie R^+ , die transitive Hülle von R auf M , an.

$$\begin{aligned} R^+ &= \cup_{i \geq 1} R^i = R^1 \cup R^2 \cup \dots = R^1 \cup R^2 \\ &= \{(Helmuth, Peter), (Helmuth, Annette), (Willhelmine, Frank), (Willhelmine, Annette), (Frank, Kevin), (Frank, Sandy), (Annette, Kevin), (Annette, Sandy)\} \cup \{(Helmuth, Kevin), (Helmuth, Sandy), (Willhelmine, Kevin), (Willhelmine, Sandy)\} \\ &= \{(Helmuth, Peter), (Helmuth, Annette), (Willhelmine, Frank), (Willhelmine, Annette), (Frank, Kevin), (Frank, Sandy), (Annette, Kevin), (Annette, Sandy), (Helmuth, Kevin), (Helmuth, Sandy), (Willhelmine, Kevin), (Willhelmine, Sandy)\} \end{aligned}$$